**De derde wet van Kepler**

Volgens Kepler verhouden de derde machten van de halve lange assen a van de planeetbanen zich als de kwadraten van hun omlooptijden *T* in seconden. Later werd aangetoond dat de omlooptijd *T*berekend kan worden door:


De omlooptijd *T* van een planeet is de tijd die nodig is om een volledige ellipsbaan om de Zon te beschrijven. In Keplers derde wet heb je twee van de volgende drie grootheden (de omlooptijd*T*, de halve lange as *a*en de totale massa *M* + *m*) nodig om de ontbrekende grootheid te kunnen berekenen.

Kepler publiceerde zijn wetten in 1609 en 1619. Een kleine 70 jaar later, in 1687, liet Isaac Newton zien dat je de drie de wetten van Kepler kunt afleiden uit de universele gravitatiewet (zie figuur 18). Deze wet beschrijft de aantrekkende gravitatiekracht tussen 2 voorwerpen die allebei een massa hebben.



*Gravitatiekracht*

De gravitatie laat een steen op de Aarde vallen, houdt de Maan in haar baan om de Aarde, houdt de Aarde in haar baan om de Zon en sterren in hun baan om een zwart gat.

In feite is de beweging van de planeten om de Zon onderworpen aan slechts één wet, de gravitatiewet. Hiermee toonde Newton aan dat de 'aardse' wetten van de mechanica ook voor hemellichamen gelden, wat voor zijn tijdgenoten zeer opmerkelijk was.

Het is niet eenvoudig om de wetten van Kepler af te leiden uit de gravitatiewet, maar als je uitgaat van een cirkelvormige baan van een planeet is dit wel mogelijk. Je gaat daarbij uit van een planeet met massa *m* die een cirkelvormige baan met straal *r* beschrijft om de Zon, die een massa *M* heeft (zie ook Figuur 19).


*Gravitatiekracht op een planeet*

De middelpuntzoekende kracht die ervoor zorgt dat de planeet in zijn baan blijft, wordt geleverd door de gravitatiekracht, zodat geldt: 
waarin:

* *Fmpz*= de middelpuntzoekende kracht in Newton (N)
* *Fg*= de gravitatiekracht in Newton (N)
* *m*= de massa van het eerste voorwerp (planeet) in kilogrammen (kg)
* *v*= de baansnelheid van het eerste voorwerp (planeet) in meters per seconde (m/s)
* *r*= de straal van de baan in meters (m)
* *G*= de gravitatieconstant in N m2 kg-2
* *M*= de massa van het tweede voorwerp (Zon) in kilogrammen (kg).

Hoe je Keplers derde wet kunt afleiden zie je in de Kenniskaart: Keplers derde wet voor cirkelbanen.

In het bovenstaande voorbeeld wordt uitgegaan van de Zon en een planeet. De derde wet van Kepler geldt echter ook weer voor de beweging van ster S2 om SgrA\*. Ook nu heb je immers te maken met een relatief grote massa waar een kleinere massa omheen beweegt

 Wat denk je?

Wat moet je weten om met deze formule de massa van het zwarte gat te berekenen?

**Kenniskaart: Keplers derde wet voor cirkelbanen**

De middelpuntzoekende kracht die ervoor zorgt dat de planeet in zijn baan blijft, wordt geleverd door de gravitatiekracht, zodat


waarin:

* *Fmpz* = de middelpuntzoekende kracht in Newton (N)
* *Fg* = de gravitatiekracht in Newton (N)
* *m* = de massa van het eerste voorwerp (planeet) in kilogrammen (kg)
* *v* = de baansnelheid van het eerste voorwerp (planeet) in meters per seconde (m/s)
* *r* = de straal van de baan in meters (m)
* *G* = de gravitatieconstante in N m2 kg-2
* *M* = de massa van het tweede voorwerp (Zon) in kilogrammen (kg)

Als de planeet de volledige baan van de cirkel beschreven heeft, dan heeft hij een afstand 2pr afgelegd.
Dit doet hij in een omlooptijd *T*.
Aangezien geldt *v = s/t*kun je *v* ook schrijven als: (2pr)/2
Als je dit invult in formule 10 krijg je: 

Kruiselings vermenigvuldigen levert: *m . 4 . p2 . r2 . r2*= *r . T2 . G . m . M*
Wegdelen van *m* en *r* geeft: *4 . p2 . r3*= *T2 . G . M*

Als je *T2* over wilt houden moet je delen door *G* . *M*.
Je krijgt dan: 
waarin:

* *T* = de omlooptijd in seconden (s)
* *r* = de straal van de baan in meters (m)
* *G* = de gravitatieconstante in N m2 kg-2
* *M* = de massa van het tweede voorwerp (Zon) in kilogrammen (kg)

Je ziet dat deze formule vrijwel overeen komt met de derde wet van Kepler. Omdat je hier te maken hebt met een cirkelvormige baan is de halve lange as *a* gelijk aan de straal *r* van de cirkel. Het blijkt dus dat de gravitatiewet van Newton universeel bruikbaar is.

>